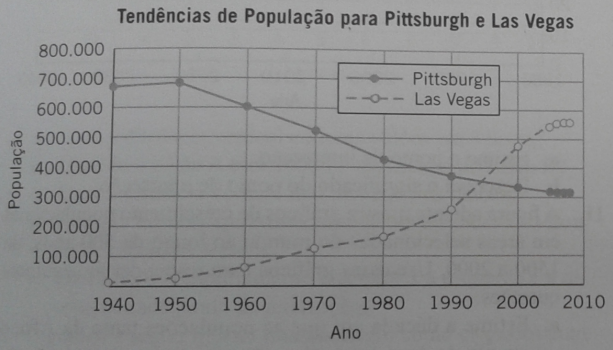
Exercícios da Seção 3.1

1. **a.** Estime as coordenadas do ponto de interseção no gráfico a seguir.
   b. Descreva o que acontece com a população de Pittsburgh, no estado da Pensilvânia/EUA, quando comparada com a população de Las Vegas, no estado de Nevada, à direita e à esquerda deste ponto de interseção.

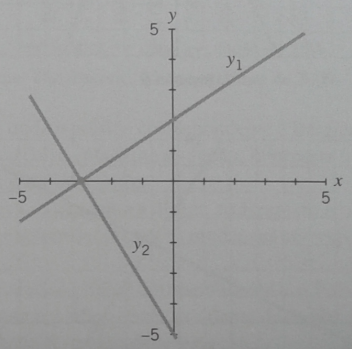


2. **a.** Determine se (–2, 3) é uma solução do seguinte sistema de equações:

$$3x + y = -3$$
$$x + 2y = 4$$

   b. Explique por que (3, –2) não é uma solução do sistema do item (a).

3. **a.** Estime a solução do sistema de equações lineares representado graficamente na figura a seguir.



   b. Construa equações para y_1 e y_2. Use suas equações para achar uma solução para esse sistema. Como sua resposta se compara com a que você estimou no item (a)?

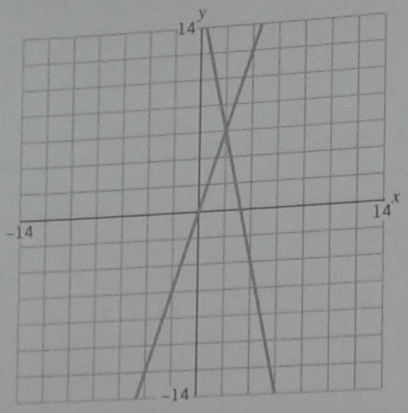
4. Determine qual dos seguintes pares ordenados é uma solução do sistema de equações:
   a. $(-1, 3)$ ou $(0, 1)$ para $2x + y = 1$ e $-3x + 2y = 9$
   b. $(6, 0)$ ou $(3, 2)$ para $3x - 4y = 1$ e $2x + 3y = 12$

5. **a.** Ache a equação de uma reta com declividade igual a 3 passando pelo ponto (0, 17).
   b. Ache a equação de uma reta que passa pelos pontos (0, 1) e (5, 0).
   c. Faça o gráfico das duas retas e ache o ponto que pertence às duas retas.

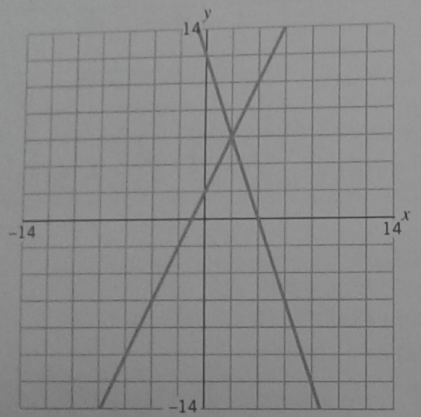
6. Examine os gráficos dos três sistemas a seguir.
   a. O que os três sistemas têm em comum?

b. Qual dos gráficos apresenta o conjunto correto de gráficos para o seguinte sistema de equações:

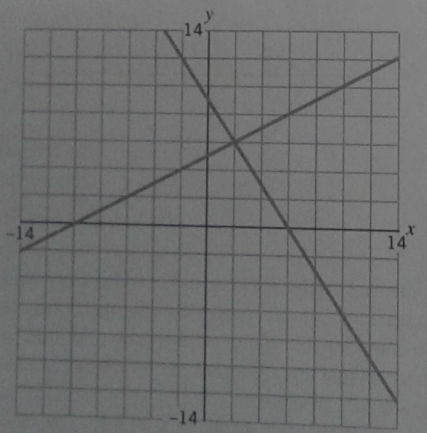
$$y = 2x + 2 \quad \text{e} \quad y = -3x + 12$$



Sistema *A*



Sistema *B*



Sistema *C*

7. Construa à mão um esboço de cada sistema e depois estime a solução ou as soluções do sistema (se existir alguma).

a. $x + 2y = 1$
$x + 4y = 3$

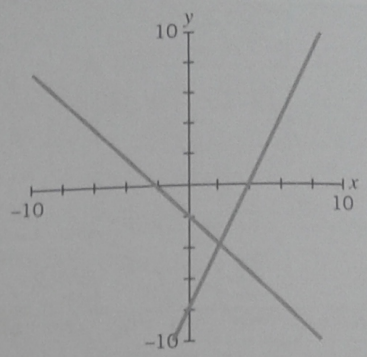
b. $x + y = 9$
$2x - 3y = -2$

8. Para o sistema linear
$$x - y = 5$$
$$2x + y = 1$$

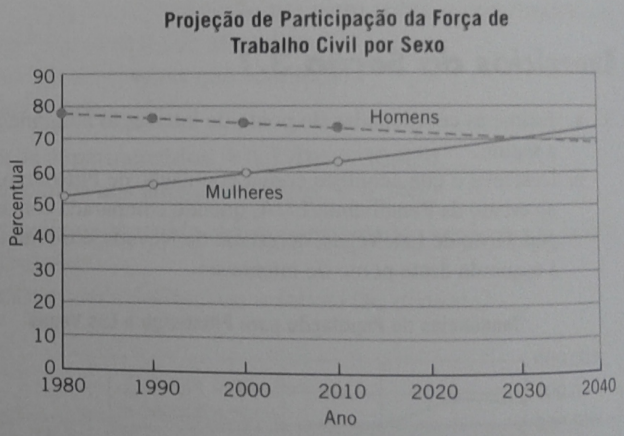
a. Faça o gráfico do sistema. Estime a solução do sistema e depois ache a solução exata.

b. Verifique se a sua solução satisfaz as duas equações originais.

9. Crie o sistema de equações que produziu o gráfico a seguir. Estime a solução do sistema a partir do gráfico e depois confirme-as usando as suas equações.



10. O Serviço de Estatísticas do Trabalho dos EUA relata o percentual de todos os homens da força de trabalho civil* e o percentual correspondente de todas as mulheres. Linhas de melhor ajuste no gráfico a seguir são usadas para fazer previsões sobre o futuro da força de trabalho.



a. Estime o ponto de interseção.

b. Descreva o significado do ponto de interseção.

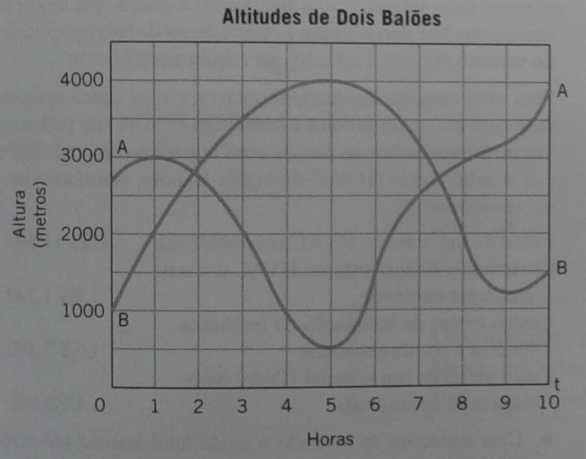
11. A figura adiante mostra gráficos de crescimento populacional em áreas selecionadas do mundo ao longo de 500 anos, de 1500 a 2000. Use esses gráficos para responder às seguintes questões.

a. Estime a década em que as populações tanto da África quanto da América Latina ultrapassaram a população da Europa Ocidental.

b. Descreva o que estava acontecendo com a população da China e da Índia entre 1600 e 1700. O que acontece com a população da China em relação à da Índia após 1725?

Fonte: Dados de Angus Maddison, University of Groningen. Gráfico de VizualizingEconomics.com.

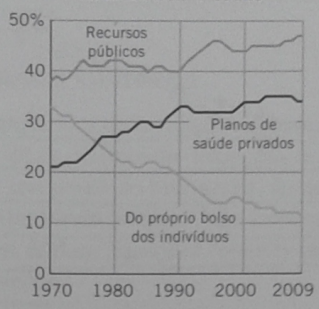
12. A figura a seguir mostra as altitudes de dois balões em t horas.[2]



a. Qual a distância vertical entre os balões em 8 horas?
b. Quando o balão A está 2000 metros acima do balão B?
c. Qual a distância vertical máxima entre os balões?
d. Em que hora(s) aproximadamente as altitudes dos dois balões serão as mesmas?
e. Descreva o comportamento dos balões à esquerda e à direita de cada ponto de interseção.

13. O gráfico a seguir mostra mudanças em como os gastos com saúde foram financiados de 1970 a 2009.

a. Estime quando o percentual de cuidados com saúde pagos por indivíduos foi o mesmo que o percentual pago por seguros de saúde privados.
b. Compare o percentual de gastos relativos a cuidados com a saúde que é pago por indivíduos com aquele que é pago por seguros privados à esquerda e à direita do ponto de interseção das curvas.



Em números

US$ 2.38 trilhões
Quantia estimada gasta nos EUA em cuidados com a saúde em 2008

US$ 239 bilhões
Efeito do projeto de lei de cuidados com saúde (House Health Care Bill) no déficit dos EUA até 2019*

US$ 235,4 bilhões
Quantidade estimada gasta nos EUA com prescrição de remédios em 2008

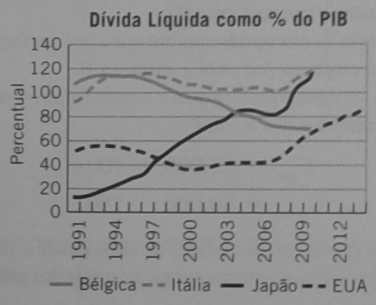
45,7 milhões
Número de pessoas sem seguro-saúde nos EUA em 2007

15,3%
Porção da população dos EUA que não estava segurada nos EUA em 2007

*Estimativa do Escritório de Orçamento do Congresso americano

Fontes: Centros para Serviços Medicare (Seguro de saúde para pessoas com 65 anos ou mais) e Medicaid (Organizações governamentais de suporte à saúde), Bureau do Censo.

14. O gráfico a seguir mostra a dívida líquida como um percentual do produto interno bruto (PIB) da Bélgica, Itália, Japão e Estados Unidos, de 1991 a 2009, com projeções para os Estados Unidos até 2015.

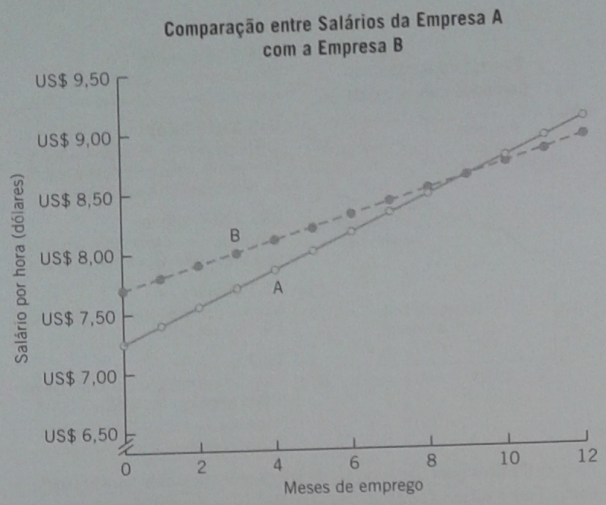


Fonte: The Atlantic, 24 de novembro de 2009.

a. Estime onde o gráfico correspondente à Bélgica intercepta o gráfico correspondente ao Japão. Interprete o significado do ponto de interseção.
b. Descreva mudanças na dívida ao longo do tempo na Bélgica comparando-as com as mudanças correspondentes no Japão.
c. Estime onde o gráfico correspondente aos Estados Unidos intercepta o gráfico correspondente ao Japão. Interprete o significado do ponto de interseção.
d. Descreva as mudanças na dívida ao longo do tempo para os Estados Unidos, comparado-as com as mudanças na dívida correspondentes ao Japão.

15. Duas empresas oferecem incentivos para que empregados iniciantes permaneçam na empresa após serem treinados para seus novos empregos. A empresa A oferece um salário inicial por hora de US$ 7,25, depois aumenta esse salário por hora em US$ 0,15 a cada mês. A empresa B oferece um salário inicial por hora de US$ 7,70, depois aumenta o salário por hora em US$ 0,10 a cada mês.

a. Examine o gráfico correspondente. Após quantos meses parece que o salário por hora será o mesmo para ambas as empresas?
b. Estime esse salário por hora pelo gráfico.



c. Construa duas funções lineares para os salários por hora em dólares de $W_A(m)$ para a empresa A e $W_B(m)$ para a empresa B após m meses de trabalho.

d. A sua solução aproximada para o item (a) satisfaz ambas as equações? Caso não satisfaça, ache a solução exata.

e. Qual é o salário horário exato quando as duas empresas oferecem o mesmo salário?

f. Descreva as circunstâncias em que você preferiria trabalhar para a empresa A e para a empresa B.

16. No texto, as equações de custo a seguir foram fornecidas para o aquecimento a gás e solar :

$$C_{\text{gás}} = 12.000 + 700n$$
$$C_{\text{solar}} = 30.000 + 150n$$

em que n representa o número de anos desde a instalação e o custo representa os custos totais acumulados até o ano n inclusive.

a. Esboce o gráfico desse sistema de equações.

b. O que os coeficientes 700 e 150 representam no gráfico, e o que eles representam em termos de custo com aquecimento?

c. O que os termos constantes 12.000 e 30.000 representam no gráfico? O que a diferença entre 12.000 e 30.000 diz sobre os custos do aquecimento a gás *versus* o aquecimento solar?

d. Marque no gráfico o ponto em que os custos totais acumulados com aquecimento a gás e com aquecimento solar são iguais. Faça uma estimativa visual das coordenadas e interprete o que as coordenadas significam em termos de custos com aquecimento.

e. Use as equações para achar uma melhor estimativa para o ponto de interseção. Para simplificar os cálculos, você pode arredondar os valores para duas casas decimais. Mostre seu trabalho.

f. Quando o custo total do aquecimento solar é mais caro que o do aquecimento a gás? Quando o custo total do aquecimento a gás é maior do que o solar?

17. Responda às perguntas do Exercício 16 (com alterações adequadas no texto e nos valores) para as seguintes equações de custos para o aquecimento elétrico e o solar:

$$C_{\text{elétrico}} = 5000 + 1100n$$
$$C_{\text{solar}} = 30.000 + 150n$$

18. Considere as seguintes ofertas de emprego. Na Empresa Acme, oferecem um salário inicial de US$ 20.000 por ano, com aumentos de US$ 2500 anualmente. Na Empresa Boca, oferecem um salário inicial de US$ 25.000 por ano e aumentos anuais de US$ 2000.

a. Ache uma equação que represente seu salário, $S_A(n)$, após n anos de trabalho na Acme.

b. Ache uma equação que represente seu salário, $S_B(n)$, após n anos de trabalho na Empresa Boca.

c. Crie uma tabela com os valores do seu salário em cada uma dessas empresas para valores inteiros de n até 12 anos.

d. Após quantos anos de trabalho as duas empresas pagariam a você o mesmo salário?

19. a. Resolva o seguinte sistema algebricamente:

$$S = 20.000 + 2500n$$
$$S = 25.000 + 2000n$$

b. Faça um gráfico do sistema do item (a) e use-o para estimar a solução do sistema. Verifique sua estimativa com a sua resposta para o item (a).

20. Apesar de sistemas domiciliares de energia movidos por aquecimento solar serem muito caros na instalação, a incorporação de algumas características de energia passiva à construção convencional pode gerar uma redução substancial dos custos com aquecimento e resfriamento. O aquecimento solar passivo não requer nenhum maquinário e usa a própria construção para coletar, armazenar e distribuir a energia de origem solar. Um excelente investimento em energia solar passiva é a instalação de janelas de melhor qualidade com alta resistência à transmissão de calor, instaladas com sombreamento exterior no lado sul para eliminar raios solares de alta angulação na estação que requer ar condicionado e deixar entrar os raios de sol de baixa angulação do inverno durante a estação que requer aquecimento.

Para uma unidade habitacional convencional típica aprimorada com melhores janelas e sombreamento no sul, podemos ver os efeitos sobre os custos com aquecimento, ventilação e ar condicionado (HVAC do inglês *heating, ventilation and air conditioning*):

Custo de um sistema HVAC convencional	US$ 11.500
Custo anual de um sistema HVAC em uma casa convencional	US$ 1.240
Custos extras de instalação de melhores janelas e sombreamentos	US$ 2.700
Custo anual de um sistema HVAC para uma casa aprimorada	US$ 860

a. Crie equações mostrando o custo total acumulado com HVAC $C_{\text{convencional}}$ ao longo de n anos para a casa convencional, e o custo total $C_{\text{aprimorado}}$ ao longo de n anos para a casa aprimorada.

Gere dados a partir das suas equações e faça gráficos nos mesmos eixos.

b. Após quantos anos os custos totais acumulados com HVAC serão os mesmos? Quando os aprimoramentos com aquecimento solar passivo resultam em um menor custo total?

21. Em um exercício anterior na Seção 2.7, você leu que uma professora de matemática comprou sua propriedade em um condomínio em Cambridge, MA, por US$ 70.000 em 1977. Seu valor avaliado subiu a uma taxa constante até atingir US$ 850.000 em 2007. Alas, um de seus colegas não teve tanta sorte. Ele comprou uma casa naquele mesmo ano por US$ 160.000. Não muito depois de sua família se mudar para a nova casa, começou a circularem boatos de que o complexo de casas havia sido construído em cima do local de um antigo depósito de lixo tóxico. Apesar de nunca terem ficado comprovados, os boatos afetaram negativamente o valor de sua casa, cujo valor caiu continuamente ao longo dos anos e em 2007 valia míseros US$ 40.000. Em que ano as duas casas teriam sido avaliadas com o mesmo valor?