Exercícios da Seção 3.2

1. a. Associe cada sistema de equações lineares ao gráfico do sistema correspondente.

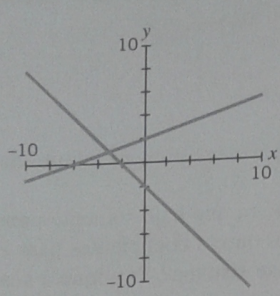


Gráfico *A*

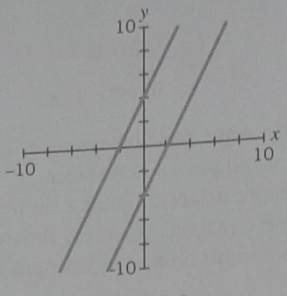


Gráfico *C*

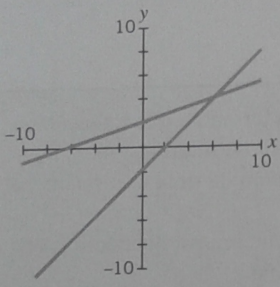


Gráfico *B*

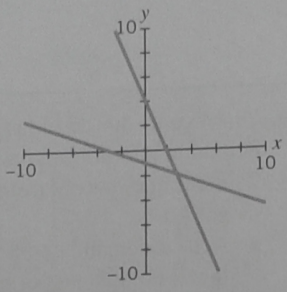


Gráfico *D*

i. $y = -x - 2$ $\quad y = \frac{1}{3}x + 2$

ii. $y - 2x = 4$ $\quad y - 2x = -4$

iii. $y - x = -2$ $\quad 3y - x = 6$

iv. $3y + x = -3$ $\quad y = -2x + 4$

b. Ache o ponto de interseção em cada sistema, se existir um.

c. Verifique se o ponto de interseção satisfaz às duas equações.

2. Preveja o número de soluções de cada um dos seguintes sistemas. Explique suas respostas. Você não precisa encontrar nenhuma das soluções.

a. $y = 20.000 + 700x$ $\quad y = 15.000 + 800x$

b. $y = 20.000 + 700x$ $\quad y = 15.000 + 700x$

c. $y = 20.000 + 700x$ $\quad y = 20.000 + 800x$

3. Para cada sistema:

a. Indique se o método da substituição ou da eliminação poderia ser mais fácil para encontrar uma solução do sistema de equações.

i. $y = \frac{1}{3}x + 6$, $y = \frac{1}{3}x - 4$

ii. $2x - y = 5$, $5x + 2y = 8$

iii. $3x + 2y = 2$, $x = 7y - 30$

iv. $y = 2x - 3$, $4y - 8x = -12$

v. $-3x + y = 4$, $-3x + y = -2$

vi. $3y = 9$, $x + 2y = 11$

b. Usando o método que você escolheu, encontre, se existirem, a solução ou as soluções de cada sistema.

4. Construa, para cada gráfico, as equações para cada uma das duas retas do sistema e depois resolva o sistema usando as suas equações.

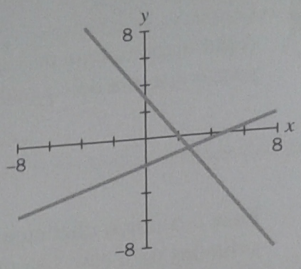


Gráfico *A*

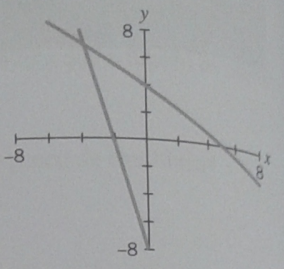


Gráfico *B*

5. a. Resolva o seguinte sistema algebricamente:

$$x + 3y = 6$$
$$5x + 3y = -6$$

b. Faça o gráfico do sistema de equações do item (a) e estime a solução do sistema. Verifique sua estimativa com sua resposta do item (a).

6. Calcule a solução ou soluções, se existirem, para cada um dos seguintes sistemas de equações. Use qualquer método que você queira.

a. $y = -1 - 2x$, $y = 13 - 2x$

b. $t = -3 + 4w$, $-12w + 3t + 9 = 0$

c. $y = 2200x - 700$, $y = 1300x + 4700$

d. $3x = 5y$, $4y - 3x = -3$

Em alguns dos seguintes exemplos você pode querer arredondar suas respostas:

e. $y = 2200x - 1800$, $y = 1300x - 4700$

f. $y = 4{,}2 - 1{,}62x$, $1{,}48x - 2y + 4{,}36 = 0$

g. $4r + 5s = 10$, $2r - 4s = -3$

h. $2x + 3y = 13$, $3x + 5y = 21$

i. $xy = 1$, $x^2y + 3x = 2$ (Um sistema não linear! *Dica:* Resolva $xy = 1$ para y e use substituição.)

7. Suponha que você tenha US$ 2000 para investir por 1 ano. Você pode fazer um investimento seguro que rende 4% de juros ao ano ou um investimento de risco que rende 8% ao ano. Se você deseja combinar os investimentos seguro e o de risco para ganhar US$ 100 ao ano, quanto dos US$ 2000 você deveria investir a 4% de juros? Quanto a 8% de juros? (*Dica*: Monte um sistema de duas equações com duas variáveis, no qual uma equação representa a quantia total de dinheiro que você tem para investir e a outra equação representa a quantia total de dinheiro que você quer ganhar com seus investimentos.)

8. Dois investimentos em empresas de alta tecnologia somam US$ 1000. Se um investimento rende 10% de juros anuais e o outro rende 20%, encontre a quantia de cada um dos investimentos se o total de juros ganho foi de US$ 140 no ano.

9. Resolva os seguintes sistemas:

a. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$, $x - y = \frac{4}{3}$

b. $\frac{x}{4} + y = 9$, $y = \frac{x}{2}$

10. Para cada um dos seguintes sistemas de equações, descreva o gráfico do sistema e determine se não há solução, se há um número infinito de soluções ou se há exatamente uma solução.

a. $2x + 5y = -10$, $y = -0{,}4x - 2$

b. $3x + 4y = 5$, $3x - 2y = 5$

c. $2x - y = 5$, $6x - 3y = 4$

11. Se $y = b + mx$, resolva para valores de m e b construindo duas equações lineares em m e b para os conjuntos de pares ordenados fornecidos.

a. Quando $x = 2$, $y = -2$ e quando $x = -3$, $y = 13$.

b. Quando $x = 10$, $y = 38$ e quando $x = 1{,}5$, $y = -4{,}5$.

12. As seguintes fórmulas preveem os aumentos futuros para quatro diferentes grupos de empregados sindicalizados. N representa o número de anos desde a data de início de todos os contratos. Cada equação representa o salário que será recebido após N anos.

Grupo A:	Salário = 49.000 + 1500N
Grupo B:	Salário = 49.000 + 1800N
Grupo C:	Salário = 43.000 + 1500N
Grupo D:	Salário = 37.000 + 2100N

a. O grupo A algum dia ganhará mais por ano do que o grupo B? Explique.

b. O grupo C alcançará algum dia o grupo A? Explique.

c. Quanto de salário total um indivíduo em cada grupo teria ganhado após 3 anos de contrato?

d. O grupo D conseguirá se equiparar ao grupo C? Em caso positivo, após quantos anos e com que salário?

e. Qual grupo estará recebendo o maior salário anual em 5 anos? Qual será o valor desse salário?

13. As equações de oferta e de demanda para determinado modelo de bicicleta relacionam o preço por bicicleta, p (em dólares) com q, o número de unidades (em milhares). As duas equações são

$$p = 250 + 40q \quad \text{Oferta}$$
$$p = 510 - 25q \quad \text{Procura}$$

a. Esboce as duas equações no mesmo gráfico. No seu gráfico, identifique a equação da oferta e a equação da demanda.

b. Encontre o ponto de equilíbrio e interprete o seu significado.

14. Para determinado modelo de tocador de DVD, as seguintes equações de oferta e de demanda relacionam o preço por aparelho, p (em dólares) com o número de aparelhos, q (em milhares).

$$p = 250 + 40q \quad \text{Oferta}$$
$$p = 510 - 25q \quad \text{Procura}$$

a. Encontre o ponto de equilíbrio.

b. Interprete esse resultado.

15. Explique o que significa "duas equações equivalentes". Dê um exemplo de duas equações equivalentes.

16. Sem fazer o gráfico de cada sistema de equações apresentado a seguir, como você pode dizer se os gráficos das equações se interceptam? Se não se interceptarem, explique por quê. Se eles se interceptarem, qual é o ponto de interseção?

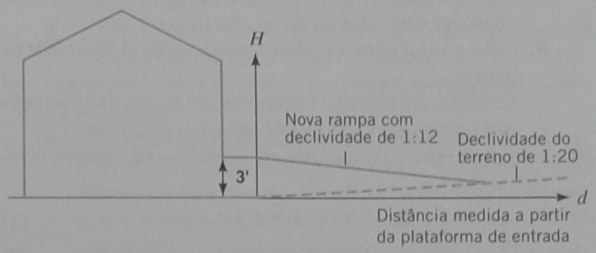
a. $y = 5$ e $x = -3$

b. $y = -2$ e $y = 2$

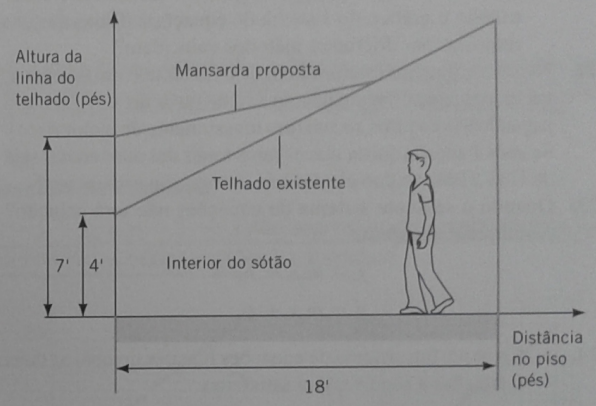
c. $x = 7$ e $y = -2x + 3$

d. $y = \frac{2}{3}x + 1$ e $y = -\frac{3}{2}x + 1$

17. Um restaurante está localizado em um terreno que se eleva de 1 pé a cada 20 pés de distância horizontal. Foi solicitado que o restaurante construa uma rampa para cadeiras de rodas começando de uma plataforma de entrada que está 3 pés acima do solo. Regulamentações em vigor exigem que uma rampa para cadeiras de rodas se eleve de 1 pé a cada 12 pés de distância horizontal (veja a figura a seguir, em que H = altura em pés, d = distância em pés medida a partir da entrada, e a origem está onde o eixo H encontra o solo). Onde a nova rampa interceptará o solo?



18. O sótão de uma casa, como mostrado,* apresenta uma linha de telhado com inclinação de 5″ para cima para cada 12″ de deslocamento horizontal; esta é uma declividade de 5:12. Como a linha de telhado começa em 4′ acima do chão, não é possível ficar em pé na maior parte do espaço do sótão. O dono quer acrescentar uma mansarda com uma declividade de 2:12, começando a uma altura de 7′ para aumentar o espaço útil.



a. Com as coordenadas de altura e de distância horizontal mostradas no esboço da casa, encontre uma fórmula para a linha de telhado original, usando R para a altura do telhado e F para a distância no piso medida a partir da parede. Encontre também uma fórmula para a linha de telhado da mansarda, usando D para a altura da linha de telhado da mansarda e F para a distância do piso medida a partir da parede.

b. Faça um gráfico mostrando as linhas de alturas de telhado R e D para distâncias no piso F de 0′ a 18′.

c. Em qual altura e distância no piso a linha de telhado da mansarda interceptará a linha de telhado existente?

d. A partir de que distância da parede, ao longo do piso horizontal, uma pessoa de 6 pés e 6 polegadas consegue ficar em pé tocando na linha de telhado original? Que percentual da distância do piso horizontal de 18 pés não permite que pessoas de 6 pés e 6 polegadas fiquem em pé?

19. Resolva o seguinte sistema de três equações em três variáveis, usando os passos descritos a seguir:

$$2x + 3y - z = 11 \quad (1)$$
$$5x - 2y + 3z = 35 \quad (2)$$
$$x - 5y + 4z = 18 \quad (3)$$

a. Use as Equações (1) e (2) para eliminar uma variável, criando uma nova Equação (4) em duas variáveis.

b. Use as Equações (1) e (3) para eliminar a mesma variável que a do item (a). Você deveria chegar a uma nova Equação (5) que tem as mesmas variáveis que a Equação (4).

c. As Equações (4) e (5) representam um sistema de duas equações com duas variáveis. Resolva o sistema.

d. Ache o valor correspondente para a variável eliminada no item (a).

e. Verifique seu trabalho se certificando de que a sua solução está correta em todas as três equações originais.

20. Usando a estratégia descrita no Exercício 19, resolva o seguinte sistema:

$$2a - 3b + c = 4{,}5 \quad (1)$$
$$a - 2b + 2c = 0 \quad (2)$$
$$3a - b + 2c = 0{,}5 \quad (3)$$

21. a. Construa um sistema de equações lineares em duas variáveis que não tenha solução.

b. Construa um sistema de equações lineares em duas variáveis que tenha exatamente uma solução.

c. Resolva o sistema de equações que você construiu no item (b) usando duas estratégias algébricas diferentes e construindo o gráfico do sistema de equações. Todas as suas respostas por diferentes métodos coincidem?

22. Nenuphar quer investir um total de US$ 30.000 em duas contas de poupança, uma pagando 6% de juros ao ano e a outra pagando 9% de juros ao ano (um investimento de maior risco). Se após 1 ano ela quiser que os juros totais das duas contas seja de US$ 2100, quanto ela deveria investir em cada conta?

23. Quando o seguinte sistema de equações não terá solução? Justifique sua resposta.

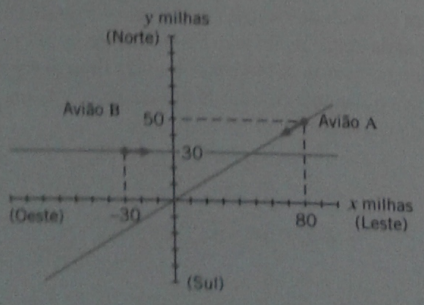
$$y = m_1x + b_1$$
$$y = m_2x + b_2$$

24. a. Construa um sistema de equações lineares no qual as duas condições a seguir sejam satisfeitas:

As coordenadas do ponto de interseção sejam (2, 5).
Uma das retas tenha uma declividade igual a -4 e a outra reta tenha uma declividade igual a 3,5.

b. Faça um gráfico do sistema de equações que você encontrou no item (a). Verifique se as coordenadas do ponto de interseção são as mesmas coordenadas especificadas no item (a).

25. Problemas de vida e morte em viagens são tratados por computadores e controladores de tráfego aéreo que tentam prevenir colisões de aviões que estão se deslocando com várias velocidades no espaço tridimensional. Para se ter um gostinho do que está envolvido, considere a seguinte situação: os aviões A e B estão se deslocando na mesma altitude segundo as trajetórias mostradas no gráfico de posição a seguir.

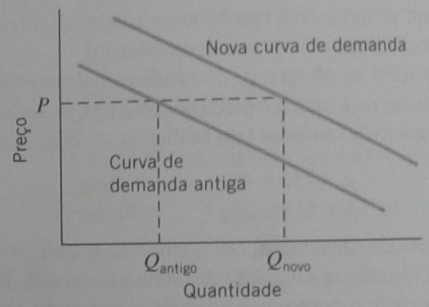


a. Construa duas equações que descrevam as posições dos aviões A e B nas coordenadas xy. Use y_A e y_B para representar as coordenadas norte/sul dos aviões A e B, respectivamente.

b. Quais são as coordenadas da interseção das trajetórias dos aviões?

c. O avião A se desloca a 2 milhas/minuto, e o avião B se desloca a 6 milhas/minuto. Claramente suas trajetórias se interceptarão se cada um deles continuar na mesma rota, mas eles chegarão ao ponto de interseção ao mesmo tempo? Qual distância o avião A tem que percorrer até o ponto de interseção? Quantos minutos serão gastos para chegar lá? (*Dica:* Lembre-se do teorema de Pitágoras para achar a hipotenusa de um triângulo retângulo: $a^2 = b^2 + c^2$, em que a é a hipotenusa e b e c são os catetos.) Essa é uma situação segura?

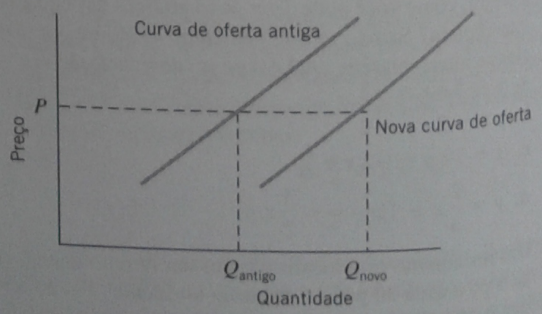
26. a. Examine a figura a seguir, na qual a curva de demanda foi deslocada para a direita. A nova curva de demanda representa um acréscimo ou decréscimo na demanda. Por quê? (*Dica:* Selecione um preço arbitrário e veja se os consumidores iriam querer comprar mais ou menos por esse preço.)



b. Esboce uma possível curva de oferta identificando os pontos de equilíbrio antigo e novo. O que o deslocamento do ponto de equilíbrio antigo para o novo significa tanto para os consumidores quanto para os fornecedores?

27. a. Examine a figura a seguir. A nova curva de oferta representa um aumento ou diminuição na oferta? Por quê? (Novamente, tente selecionar um preço arbitrário e ver se com esse preço, o fornecedor iria querer aumentar ou diminuir a produção.)

b. Esboce uma possível curva de demanda e identifique os pontos de equilíbrio antigo e novo. O que o deslocamento do antigo para o novo ponto de equilíbrio significa tanto para consumidores quanto para fornecedores?



28. Ao estudar populações (humanas ou não), os dois fatores principais que afetam o tamanho da população são as taxas de natalidade e de mortalidade. Há uma abundância de evidências de que, estando outros fatores iguais, quando a densidade

populacional aumenta, a taxa de natalidade tende a diminuir e a taxa de mortalidade tende a aumentar.[5]

a. Gere um esboço mostrando a taxa de natalidade como uma função da densidade populacional. Observe que as unidades para densidade populacional no eixo horizontal são o número de indivíduos por uma dada área. As unidades no eixo vertical representam uma taxa, como o número de indivíduos nascidos em um ano para 1000 pessoas. Agora acrescente ao seu gráfico um esboço da relação entre a taxa de mortalidade e a densidade populacional. Em ambos os casos suponha que a relação é linear.

b. No ponto de interseção das duas retas, o crescimento da população é nulo. Por quê? (*Obs.*: Estamos ignorando todos os outros fatores, como, por exemplo, imigração.)

O ponto de interseção é chamado de *ponto de equilíbrio*. Nesse ponto, diz-se que a população estabilizou, e o tamanho da população correspondente a esse ponto é chamado de *número de equilíbrio*.

c. O que acontece com o ponto de equilíbrio se a taxa de mortalidade global diminuir, isto é, para cada valor de densidade populacional a taxa de mortalidade for menor? Esboce um gráfico mostrando a taxa de natalidade e as taxas de mortalidade original e modificada. Identifique o gráfico cuidadosamente. Descreva o deslocamento do ponto de equilíbrio.

d. O que acontece com o ponto de equilíbrio se a taxa de mortalidade global aumentar? Analise como no item (c).

29. Use as informações do Exercício 28 para responder às seguintes perguntas:

a. E se a taxa de natalidade global aumentar (isto é, se em cada nível de densidade populacional a taxa de natalidade for maior)? Esboce um gráfico mostrando a taxa de mortalidade e as taxas de natalidade original e modificada. Certifique-se de ter identificado o gráfico cuidadosamente. Descreva o deslocamento no ponto de equilíbrio.

b. O que acontece se a taxa de natalidade global diminuir? Analise como no item (a).